

PRINCIPE DES ESSAIS MÉCANIQUES  
DÉTERMINATION DES LOIS DE  
COMPORTEMENT DES POLYMÈRES  
SOLIDES

*propriétés mécaniques vs. rhéologie*

J. M. HAUDIN

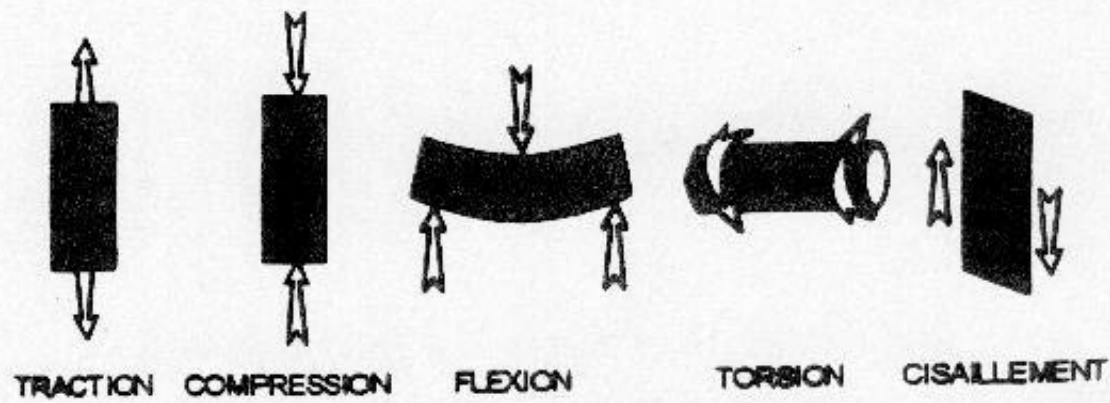
## PROPRIÉTÉS MÉCANIQUES

- Réponse du matériau à une sollicitation mécanique
- Performance du matériau en fonction des conditions d'élaboration et de mise en forme
- Propriétés d'usage (cahier des charges)
- Aspect normatif (ISO, ASTM...)
- Intérêt pratique
- Bases de données

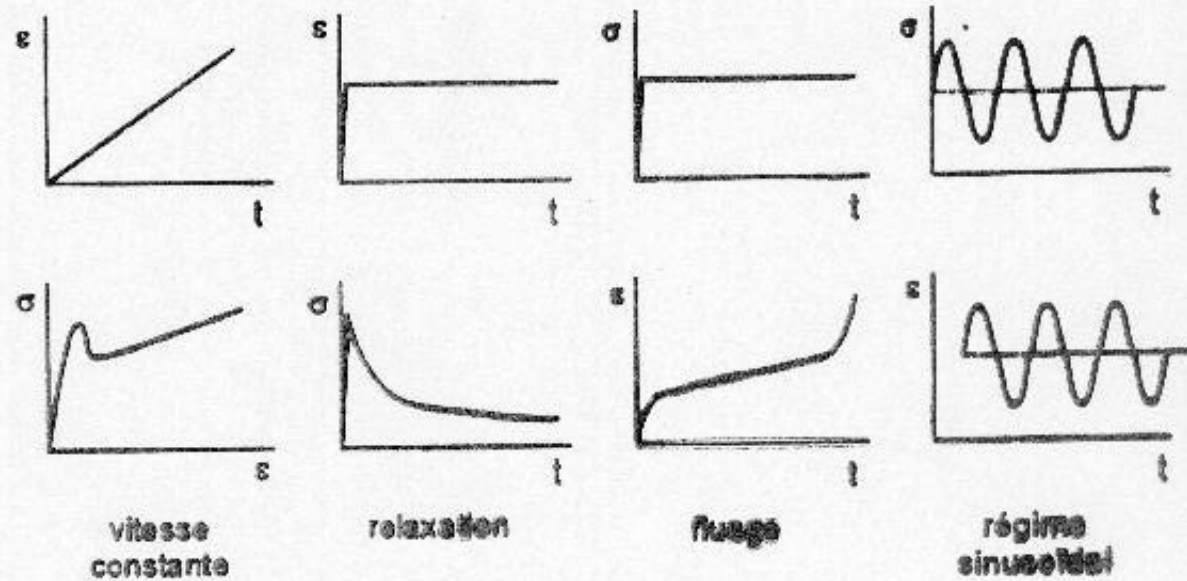
Données brutes : forces et déplacement

⇒ grandeurs nominales ou normalisées

ex  $F \rightarrow \frac{F}{S_0}$  section initiale  
(contrainte nominale)



*Différentes géométries d'essais mécaniques*



*Principales séquences d'essais mécaniques*

## COMPORTEMENT RHEOLOGIQUE

Manière dont les déformations d'un élément de volume d'un corps correspondent aux contraintes qui lui sont imposées (ou les contraintes aux déformations)

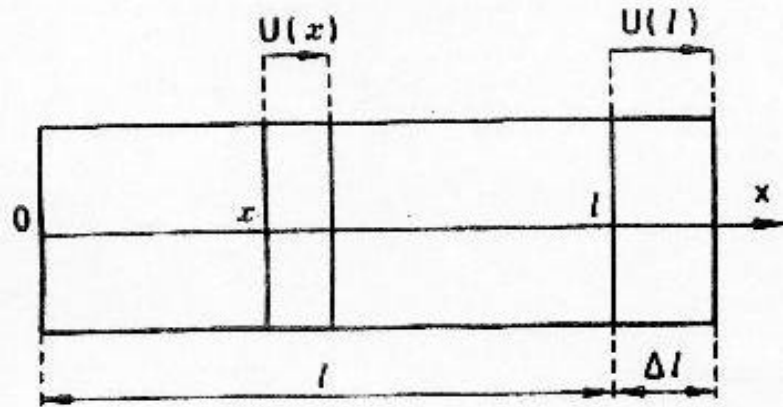
- déformation  $\epsilon$  (SOLIDE)
- vitesse de déformation  $\dot{\epsilon}$  (FLUIDE)
- contrainte  $\sigma$

### LOIS DE COMPORTEMENT

$$\sigma = f(\epsilon, \dot{\epsilon}, T, \dots)$$

(EQUATIONS CONSTITUTIVES)

## ELONGATION (TRACTION)



DÉPLACEMENT:  $\vec{U} (u, v, w)$

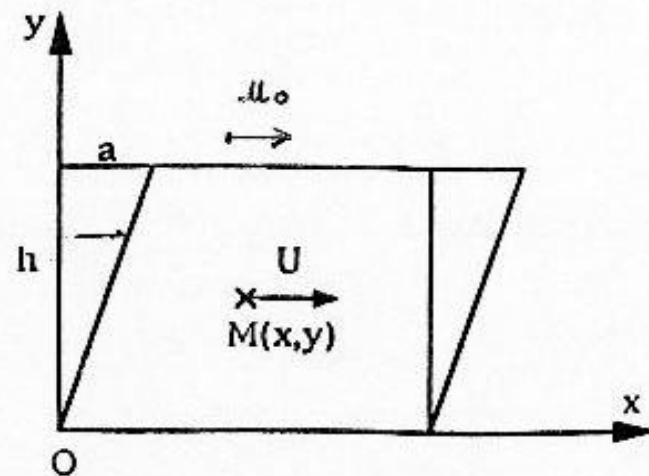
$$U(x) = \Delta l \frac{x}{l}$$

DÉFORMATION:  $\epsilon = \frac{\Delta l}{l} = \frac{du}{dx}$

VITESSE DE DÉFORMATION:

$$\dot{\epsilon} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\epsilon_{t+\Delta t} - \epsilon_t}{\Delta t} = \frac{1}{l} \frac{dl}{dt} = \frac{du}{dx} \text{ taux d'elongation}$$

## CISAILLEMENT SIMPLE



VITESSE:  $\vec{u} (u, v, w) = d\vec{U}/dt$

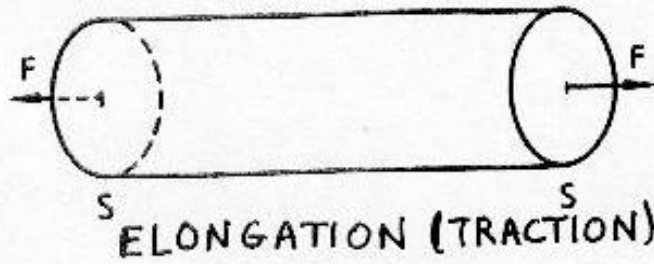
$$U(y) = a \frac{y}{h}$$

DÉFORMATION:  $\gamma = \frac{a}{h} = \frac{dU}{dy}$

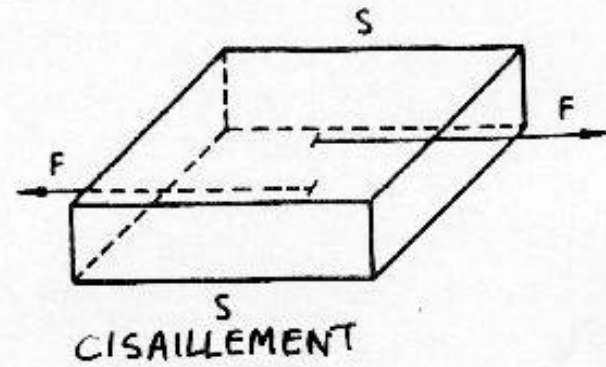
VITESSE DE DÉFORMATION

$$\dot{\gamma} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\gamma_{t+\Delta t} - \gamma_t}{\Delta t} = \frac{u_0}{h} = \frac{du}{dy} \text{ taux de cisaillement}$$

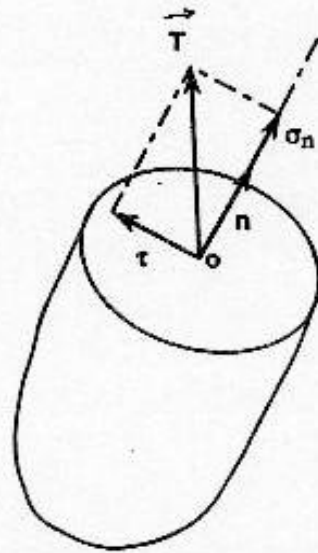
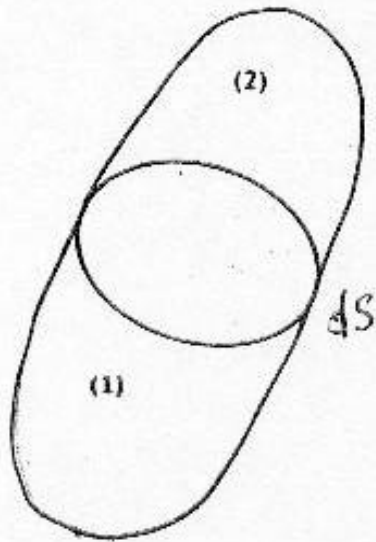
# NOTION DE CONTRAINTE



$$\sigma = \frac{F}{S}$$



$$\tau = \frac{F}{S}$$



## VECTEUR CONTRAINTE

$$\vec{T} = \lim_{dS \rightarrow 0} \frac{d\vec{F}}{dS}$$

*Handwritten signature*

## QUELQUES LOIS DE COMPORTEMENT

ELASTICITÉ (Loi de Hooke) :  $\sigma = E \epsilon$

VISCOSITÉ (Loi de Newton) :  $\sigma = \eta \dot{\epsilon}$

VISCOPLASTICITÉ OU PSEUDOPLASTICITÉ

$$\sigma = K \dot{\epsilon}^m$$

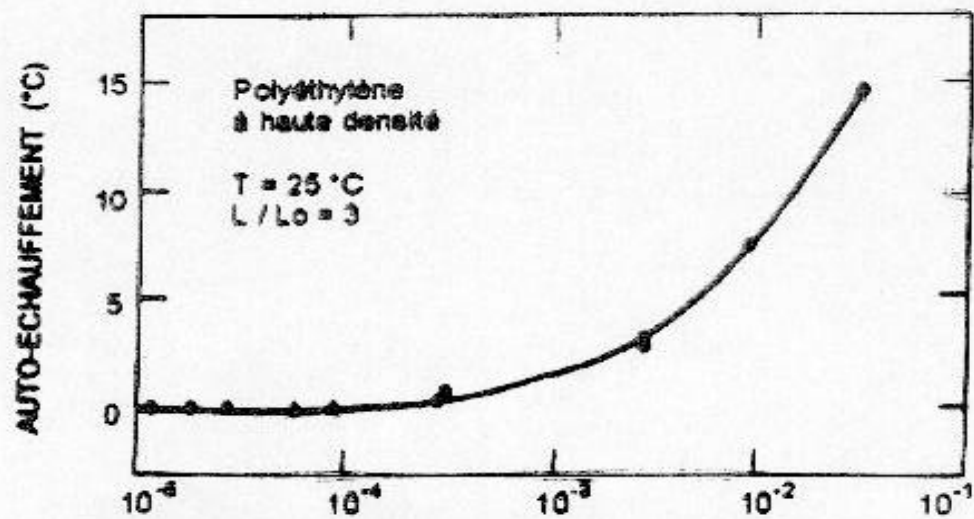
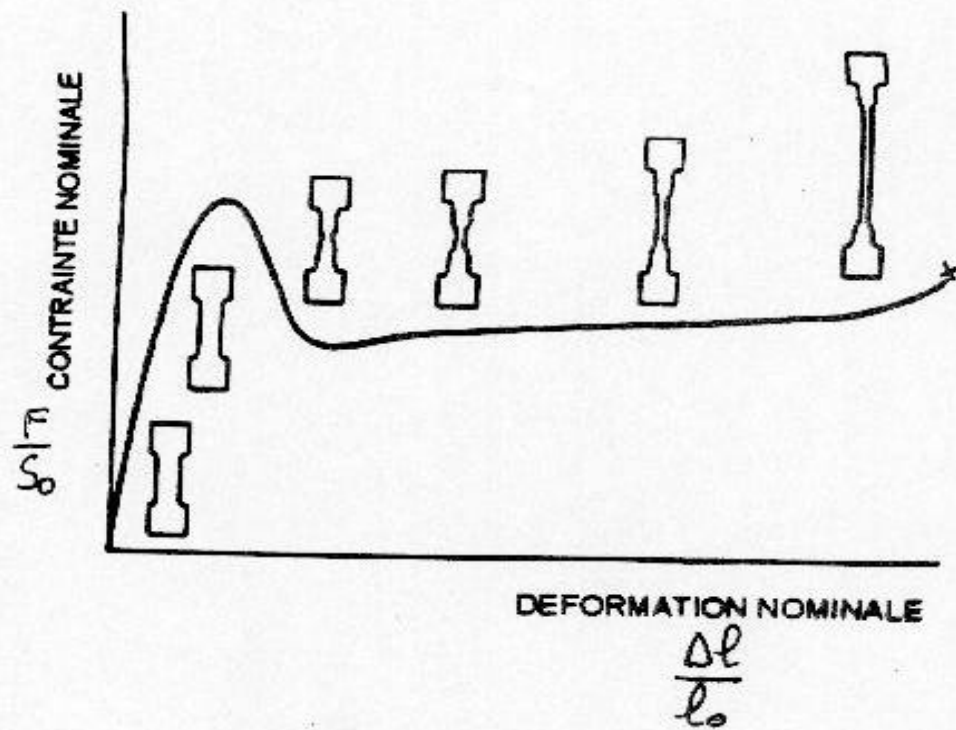
(Loi de Norton-Hoff)

VISCOÉLASTICITÉ (Loi de Maxwell)

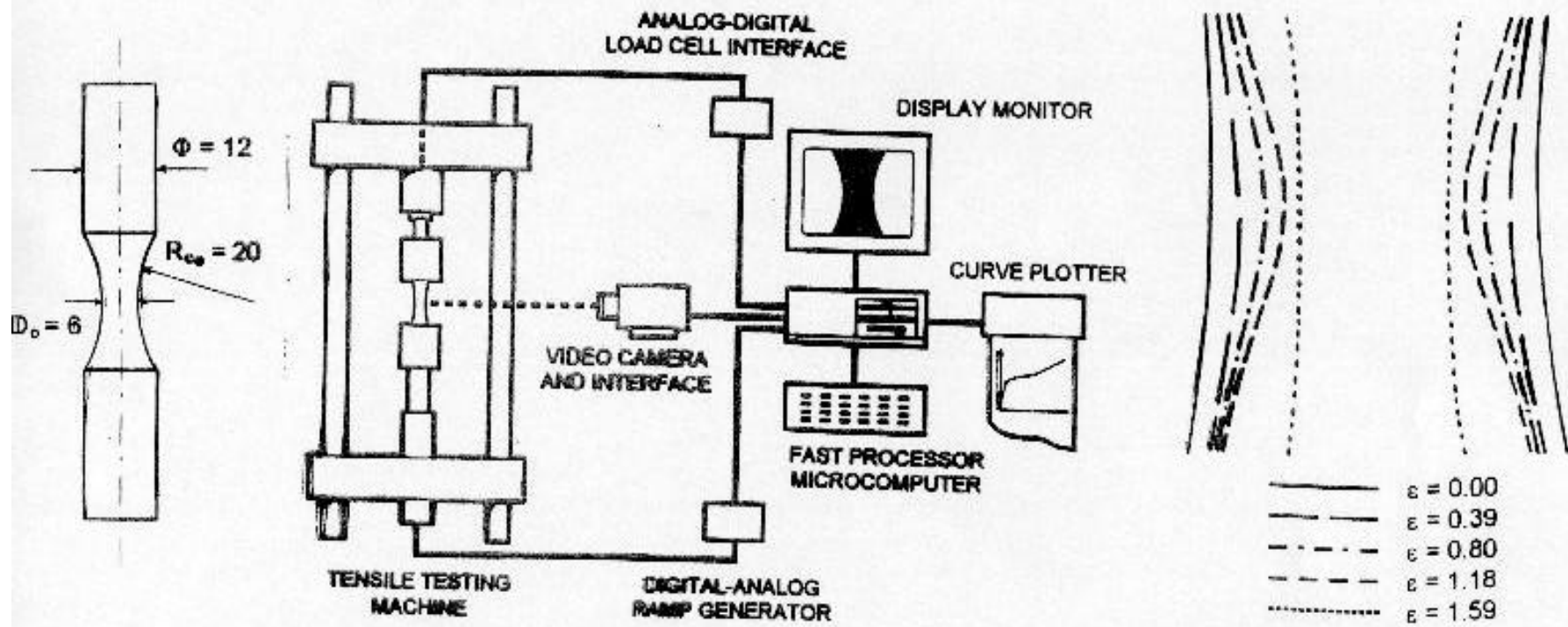
$$\sigma + \theta \frac{d\sigma}{dt} = \eta \dot{\epsilon} \quad (1D)$$

RHÉOLOGIE DES POLYMÈRES  
SOLIDES EN TRACTION UNIAXIALE

*L'exemple du polypropylène*



$$\dot{\epsilon} = cte$$

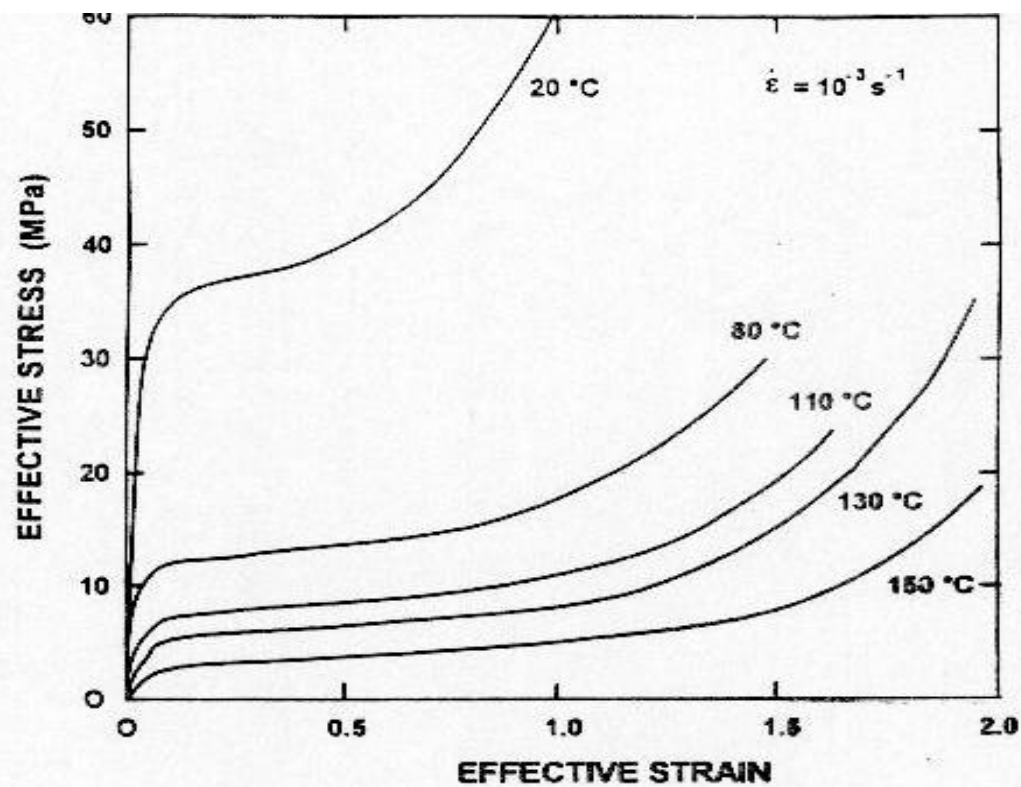


$$\epsilon = 2 \ln \left( \frac{D_0}{D} \right)$$

$$\dot{\epsilon} = \frac{d\epsilon}{dt} = -\frac{2}{D} \frac{dD}{dt}$$

$$\sigma = F_T \frac{4F}{\pi D^2}$$

*Amich*



$$\sigma(\epsilon, \dot{\epsilon}) = k [1 - \exp(-w \epsilon)] \exp(h \epsilon^2) (\dot{\epsilon} / \dot{\epsilon}_0)^m$$

Rheological coefficients of polypropylene

T (°C)	20	80	110	130	150
k (MPa)	63.6	17.4	9.1	7.5	4.5
h	0.52	0.36	0.39	0.45	0.40
m	0.082	0.047	0.029	0.040	0.034
w	31	32	33	26	23

UN CAS COMPLEXE : LE CHOC  
MULTIAXIAL

*Utilisation d'une méthode inverse*

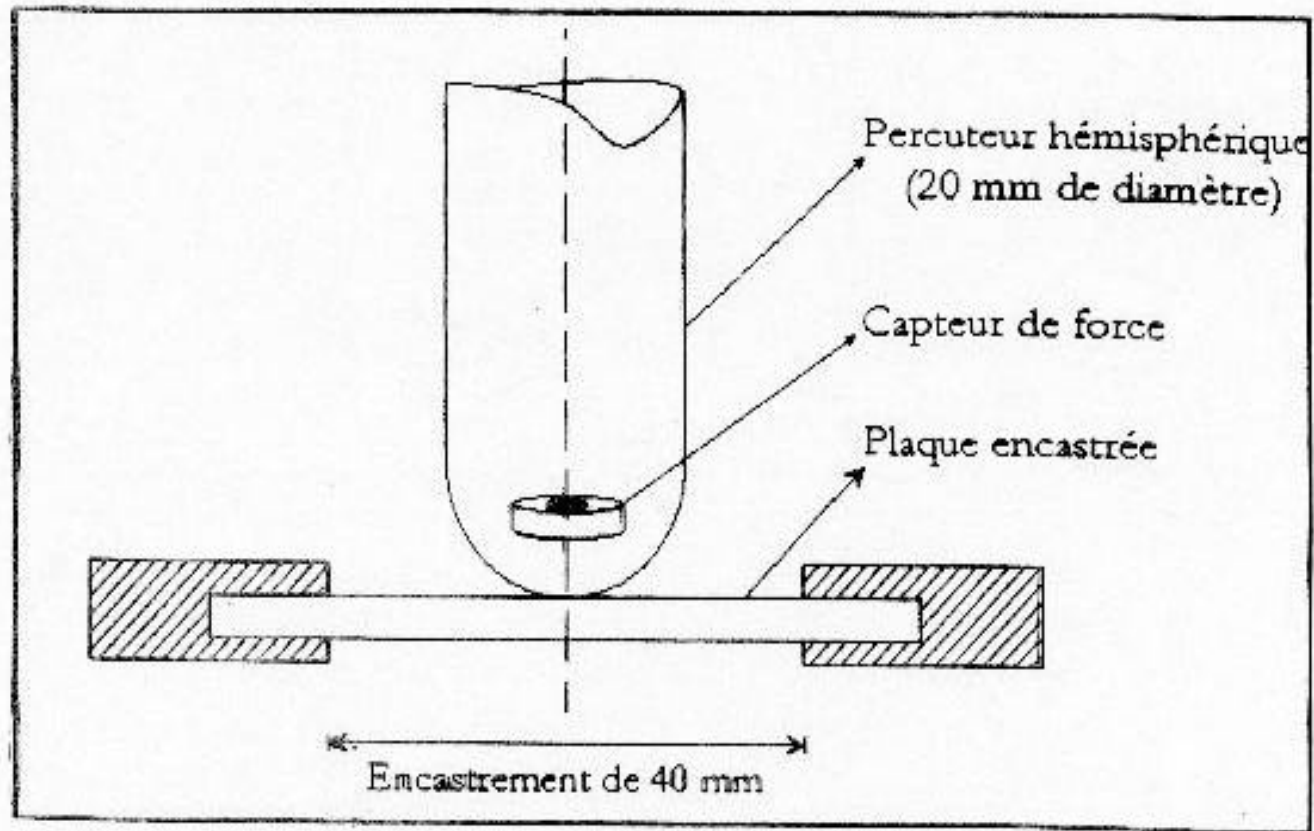


Figure (II - 37) : Principe d'un test d'impact multiaxial.

→ sollicitations multiaxiales et rapides

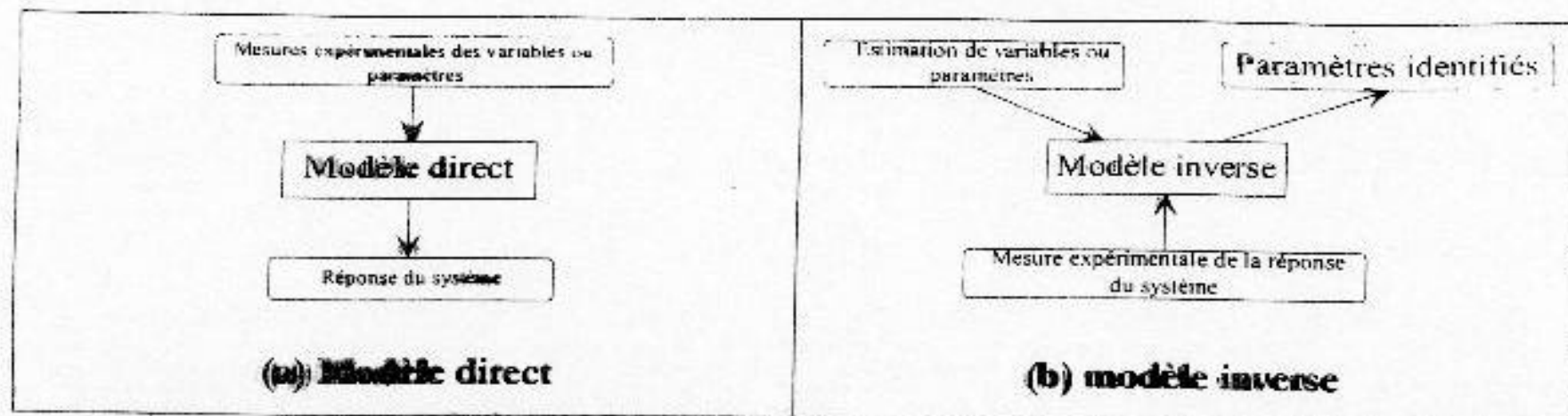
Dans le cas de la modélisation mathématique d'un système physique, un modèle direct consiste à exprimer la réponse du système ( $M^c$ ) constitué de la loi de comportement, de la géométrie de l'éprouvette et des conditions aux limites. On a coutume de représenter le modèle direct sous la forme de l'expression condensée :

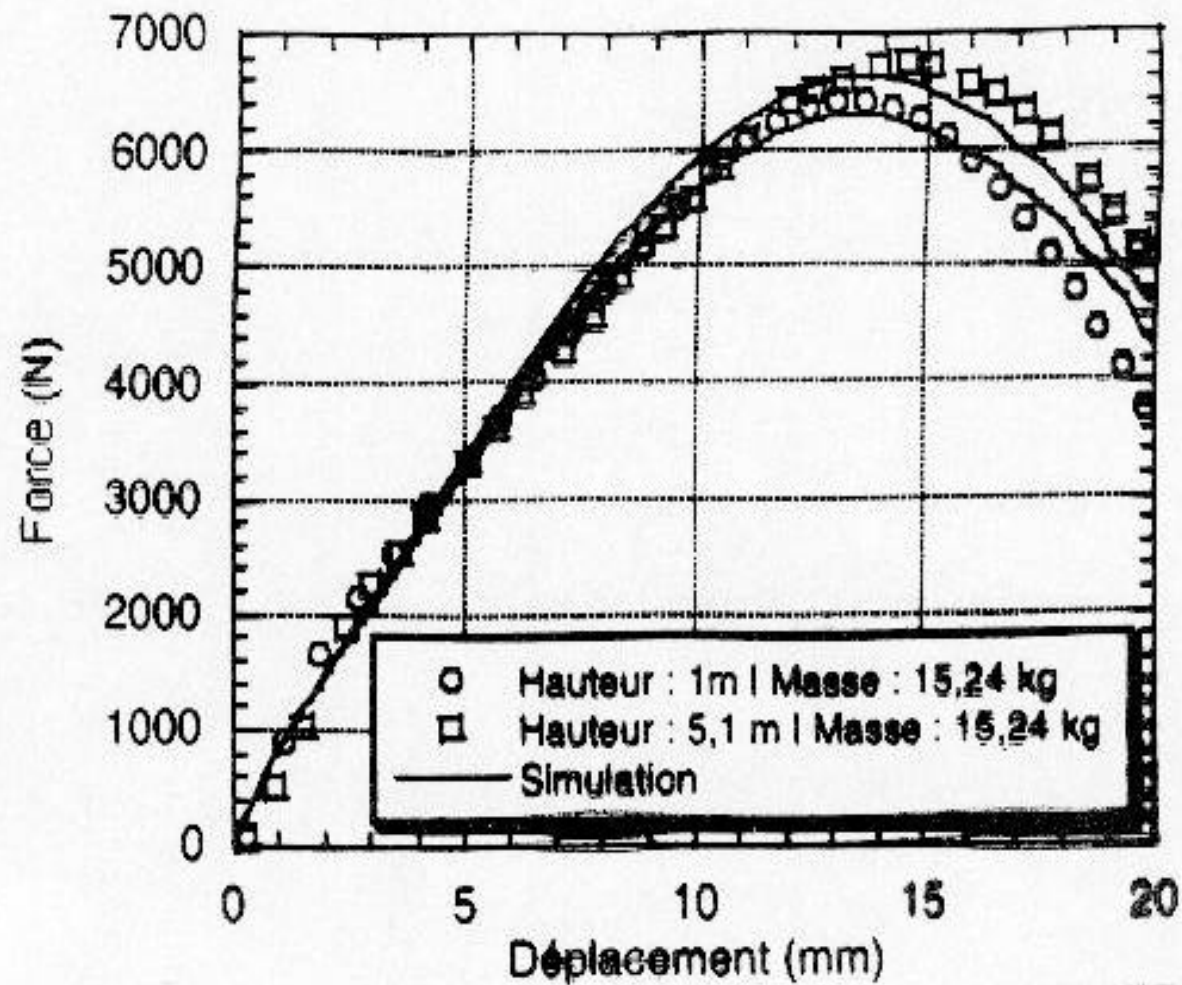
$$M^c = S(x) \quad (III - 1)$$

où  $x$  représente l'ensemble des variables ou paramètres qui définissent le système étudié (éprouvette, matériaux, sollicitation, environnement ...).

L'analyse inverse consiste quant à elle à déterminer les conditions opératoires  $x$  qui conduisent à un état expérimental du système donné ( $M^{ex}$ ). Le modèle inverse se résume donc à :

$$\text{Trouver } x = S^{-1}(M^c) \text{ tel que } M^c = M^{ex} \quad (III - 2)$$





loi de comportement

$$\sigma = k [1 - \exp(-w \epsilon)] (1 + h_1 \epsilon + h_2 \epsilon^2) \dot{\epsilon}^m$$

(Tillier - Billon)